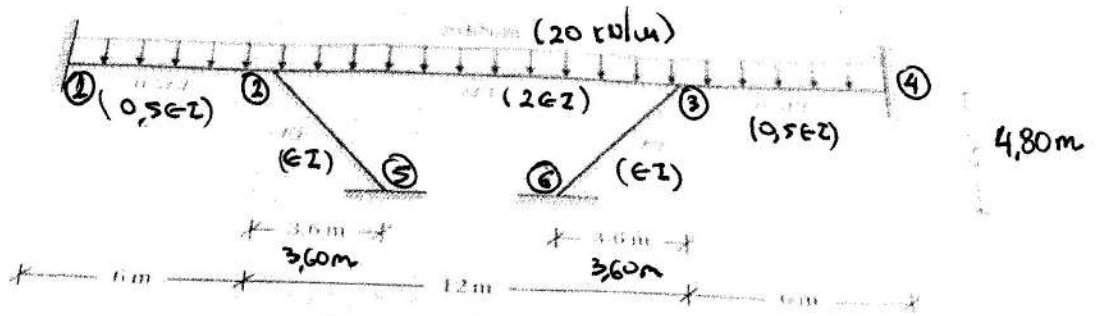


Ερωτήματα: 20% (20%)

ΘΕΜΑ 2° (25%)

Δίνεται ο παρακάτω φορέας, που αποτελείται από δύο μονοπάκτων και δύο αμφιπάκτων μελών.

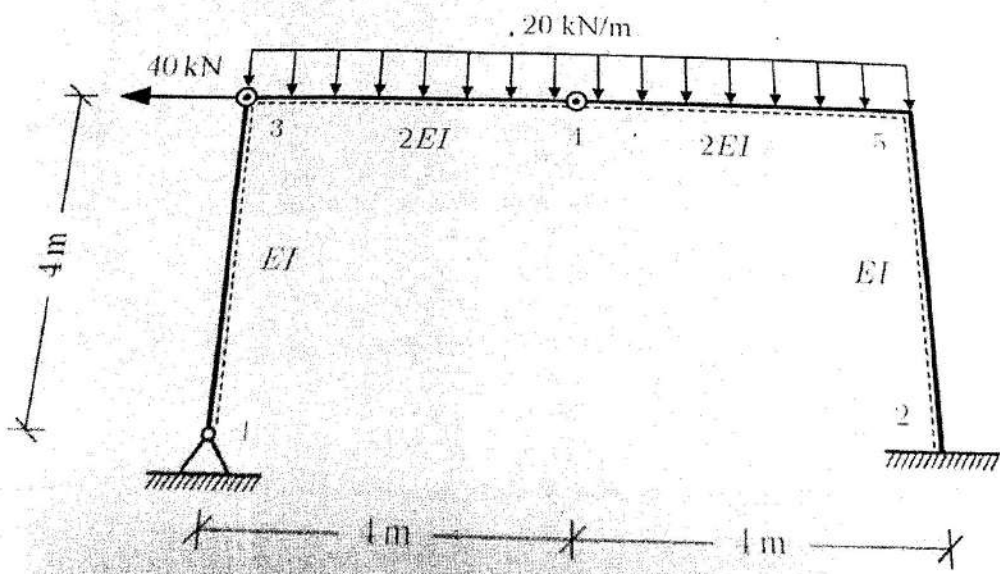
(Α) το άνω μέρος του φορέα να υπολογιστούν οι ακραίες δράσεις αμφιπάκτων και μονοπάκτων μελών δίνεται σε επόμενη σελίδα.



Ο Πίνακας με τις ακραίες δράσεις αμφιπάκτων και μονοπάκτων μελών δίνεται σε επόμενη σελίδα.

ΘΕΜΑ 3° (25%)

Στο φορέα του παρακάτω σχήματος να υπολογισθούν (α) η στροφή του κόμβου #1 και (β) η βύθιση του κόμβου #4. Δίνεται $EI = 8/3 \times 10^5 \text{ kNm}^2$.

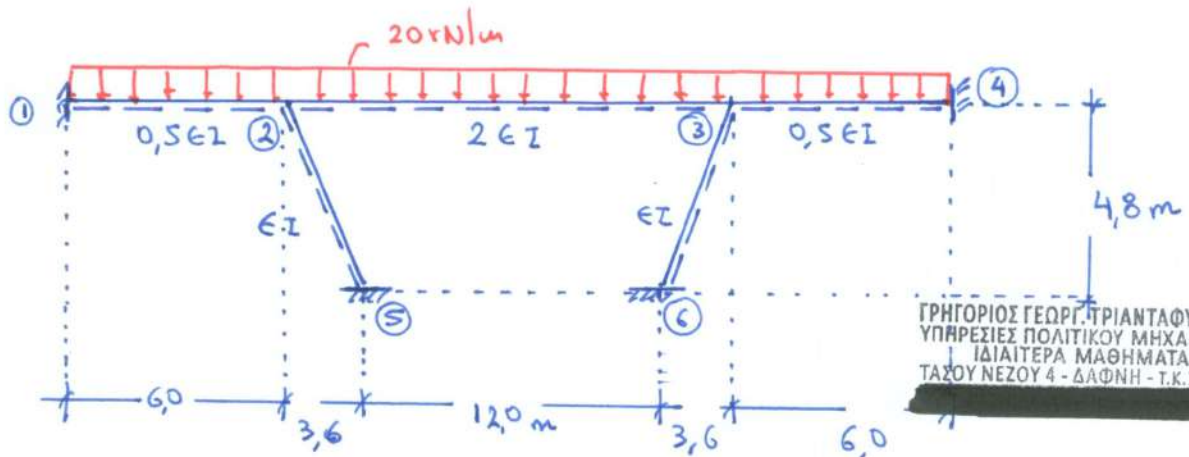




Στατική Ανάλυση Υπερστατικών Φορέων

28/04/2022 ΘΕΜΑ: Β (35 Μονάδες)

Πα.Δ.Α
Πολιτικών Μηχανικών



ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ ΓΕΩΡΓ. ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ
ΙΔΙΑΙΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ
ΤΑΣΟΥ ΝΕΖΟΥ 4 - ΔΑΦΝΗ - Τ.Κ.172 34

• Είδη αρχικών ροπών

$$M_{12}^0 = \frac{20 \cdot 6,0^2}{12} = +60 \text{ κNm} \quad \text{ως} \quad M_{21}^0 = -60 \text{ κNm}$$

$$M_{23}^0 = \frac{20 \cdot 12^2}{12} = +240 \text{ κNm} \quad \text{ως} \quad (M_{32}^0 = -240 \text{ κNm} \text{ ως προς την αρνητική. Da Seite nach-} \\ \text{wärts ger.)}$$

$$M_{25}^0 = M_{52}^0 = 0. \text{ (δω έσω εξωτερικά φορτία)}$$

ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ ΓΕΩΡΓ. ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ
ΙΔΙΑΙΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ
ΤΑΣΟΥ ΝΕΖΟΥ 4 - ΔΑΦΝΗ - Τ.Κ.172 34

• Εξισώσεις συνιστωσών ροπών

$$M_{12} = \frac{2 \cdot 0,5EI}{6} \cdot (2\psi_2 + \psi_2) + 60 \Rightarrow M_{12} = \frac{EI\psi_2}{6} + 60 \quad \text{①}$$

$$M_{21} = \frac{2 \cdot 0,5EI}{6} \cdot (2\psi_2 + \psi_2) - 60 \Rightarrow M_{21} = \frac{EI\psi_2}{6} - 60$$

ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ ΓΕΩΡΓ. ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ
ΙΔΙΑΙΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ
ΤΑΣΟΥ ΝΕΖΟΥ 4 - ΔΑΦΝΗ - Τ.Κ.172 34





$$M_{23} = \frac{2 \cdot 2 \cdot EI}{12} \cdot (2\varphi_2 + \varphi_3) + 240$$

Φορτίο ως προς το άξονα αλληλεπίδρασης: $\varphi_2 = -\varphi_3$

$M_{23} = \frac{2 \cdot 2 \cdot EI}{12} \cdot (2\varphi_2 + \varphi_3) + 240 =$
ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ ΓΕΩΡΓ. ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ
 ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ
 ΙΔΙΑΙΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ
 ΤΑΣΟΥ ΝΕΖΟΥ 4 - ΔΑΦΝΗ - Τ.Κ. 172 34

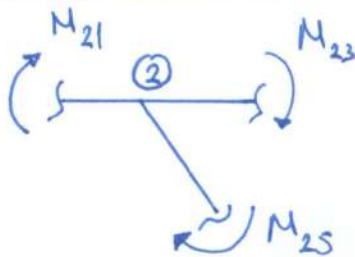
$$\Rightarrow M_{23} = \frac{EI\varphi_2}{3} + 240 \quad (3)$$

$$M_{25} = \frac{2 \cdot EI}{\sqrt{3,6^2 + 4,8^2}} \cdot (2\varphi_2 + \varphi_5) \Rightarrow M_{25} = \frac{2EI\varphi_2}{3} \quad (4)$$

$$M_{52} = \frac{2EI}{\sqrt{3,6^2 + 4,8^2}} \cdot (2\varphi_5 + \varphi_2) \Rightarrow M_{52} = \frac{EI\varphi_2}{3} \quad (5)$$

ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ ΓΕΩΡΓ. ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ
 ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ
 ΙΔΙΑΙΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ
 ΤΑΣΟΥ ΝΕΖΟΥ 4 - ΔΑΦΝΗ - Τ.Κ. 172 34

• Ισορροπία κόμβου 2



$$\sum M = 0 \Rightarrow M_{21} + M_{23} + M_{25} = 0 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{EI\varphi_2}{3} - 60\right) + \left(\frac{EI\varphi_2}{3} + 240\right) + \frac{2EI\varphi_2}{3} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{4EI\varphi_2}{3} = -180 \Rightarrow EI\varphi_2 = -135 \quad (6)$$

Απειροστικά μικρότερη των (6) σών (1), (2) ... (5) θα έχουμε:

$$M_{12} = \frac{-135}{6} + 60 = 37,5 \text{ kNm} \xrightarrow{\text{προσημ.}} M_{12} = -37,5 \text{ kNm}$$

$$M_{21} = \frac{-135}{3} - 60 = -105 \text{ kNm} \xrightarrow{\text{r}} M_{21} = -105 \text{ kNm}$$

$$M_{23} = \frac{-135}{3} + 240 = +195 \text{ kNm} \xrightarrow{\text{r}} M_{23} = -195 \text{ kNm}$$

$$M_{25} = \frac{2 \cdot (-135)}{3} = -90 \text{ kNm} \xrightarrow{\text{r}} M_{25} = +90 \text{ kNm}$$

$$M_{52} = \frac{-135}{3} = -45 \text{ kNm} \xrightarrow{\text{r}} M_{52} = -45 \text{ kNm}$$

ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ ΓΕΩΡΓ. ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ
 ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ
 ΙΔΙΑΙΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ
 ΤΑΣΟΥ ΝΕΖΟΥ 4 - ΔΑΦΝΗ - Τ.Κ. 172 34

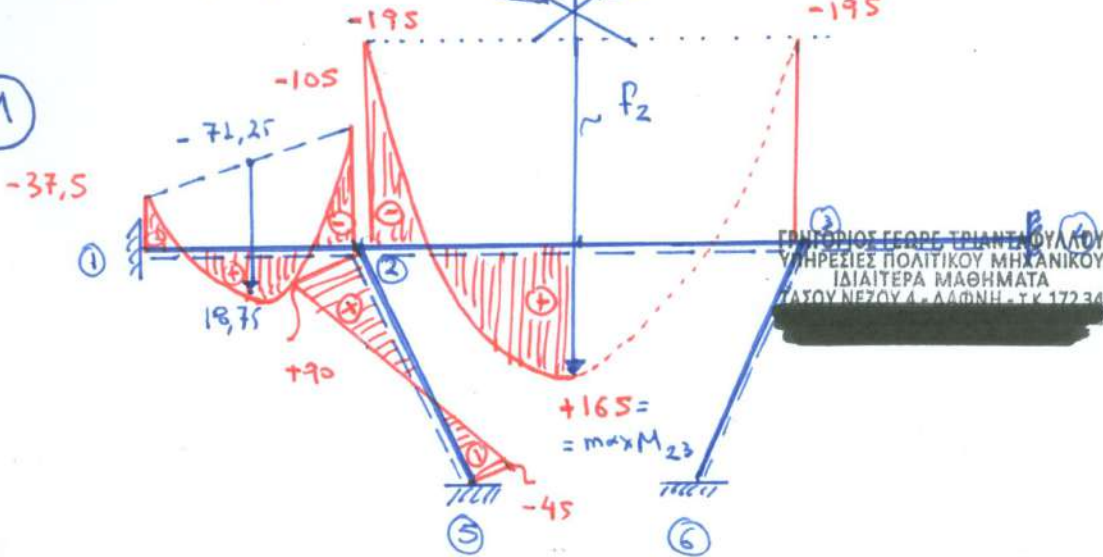




Για την κατασκευή των διαγραμμάτων πρέπει να χωριστεί ένα σε τρία σφαιρικά

με τρία σφαιρικά \rightarrow MN σφαιρικά ή Q ανισφαιρικά.

(M)



$$P_1 = \frac{20 \cdot 6^2}{8} = 90 \text{ kNm}$$

$$P_2 = \frac{20 \cdot 12^2}{8} = 360 \text{ kNm}$$

ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ ΓΕΩΡΓ. ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ
ΙΔΙΑΙΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ
ΤΑΣΟΥ ΝΕΖΟΥ 4 - ΔΑΦΝΗ - Τ.Κ. 172 34

Η μέγιστη (θετική) ροπή κάμψης είναι στο \rightarrow (2) (3) και έχει την

τιμή: $\max M = +165,0 \text{ kNm}$

ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ ΓΕΩΡΓ. ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ
ΙΔΙΑΙΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ
ΤΑΣΟΥ ΝΕΖΟΥ 4 - ΔΑΦΝΗ - Τ.Κ. 172 34

