



Όνοματεπώνυμο /Α.Μ.:

ΑΝΤΟΧΗ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Φεβρουάριος 2021

Προσωπικοί κωδικοί (με βάση την ΕΠΙΣΗΜΗ μορφή του ονοματεπωνύμου):

$i = \underline{\quad}$ με βάση το ΠΡΩΤΟ γράμμα του ΟΝΟΜΑΤΟΣ,

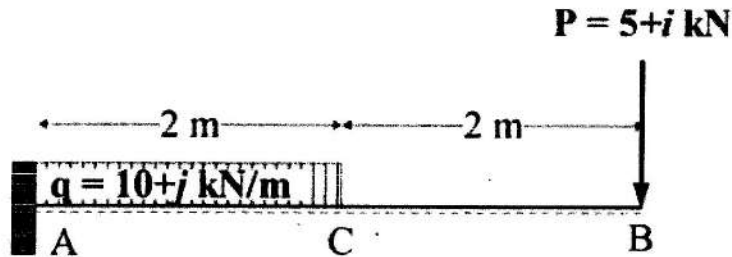
$j = \underline{\quad}$ με βάση το ΠΡΩΤΟ γράμμα του ΕΠΩΝΥΜΟΥ

και τον παρακάτω πίνακα:

A=1	B=2	Γ=3	Δ=4	E=5	Z=6	H=7	Θ=8	I=9	Κ=10	Λ=11	M=12
N=13	Ξ=14	O=15	Π=16	P=17	Σ=18	T=19	Υ=20	Φ=21	X=22	Ψ=23	Ω=24

ΘΕΜΑ 1

Στον πρόβολο του σχήματος με $P = 5 + i \text{ kN}$ και $q = 10 + j \text{ kN/m}$ ζητούνται οι συναρτήσεις βύθισης $y(x)$, κλίσης $y'(x)$ καθώς και η βύθιση στο άκρο B ως συνάρτηση του EI , με την μέθοδο της διπλής ολοκλήρωσης (από 1 β.)





Απόκλιση των Υδίων

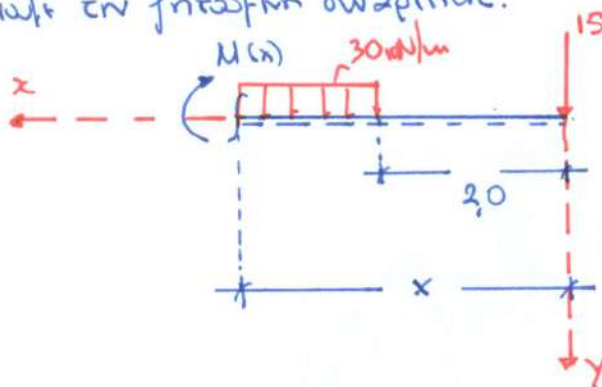
Φεβρουάριος 2021 - Α ΘΕΜΑ

Πα.Δ.Α
Πολιτικών Μηχανικών



$i = 10$ και $j = 20$

- Βρίσκω την $M(x)$ με την βοήθεια της ανώτερης Μεταβολής - Rippel. Λαμβάνοντας τα παρακάτω Δ.Ε.Ζ με ανώτερη ιδιότητα ροής ως προς το αντίστοιχο σημείο λείωται την φινάλη ανώτερη.



$\sum M = 0 \Rightarrow M(x) + 15(x-2) + 30 \cdot (x-2) \cdot \frac{(x-2)}{2} = 0$

$\Rightarrow M(x) = 15(x-2)^2 - 15(x)$

Λαμβάνοντας την εξίσωση της ελαστικής γραμμής με παραγωγίζοντας δύο φορές λείωται τη φινάλη ανώτερη λείωται με υδίων τα παρακάτω δοκίμια

$\frac{d^2 w(x)}{dx^2} = - \frac{M(x)}{EI} \Rightarrow \frac{d^2 w(x)}{dx^2} = \frac{15(x-2)^2 + 15(x)}{EI} \Rightarrow \frac{dw(x)}{dx} = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{15 \cdot (x-2)^3}{3} + \frac{15 \cdot (x)^2}{2} + C_1 \right]$

$\Rightarrow \frac{dw(x)}{dx} = \frac{1}{EI} \cdot \left[5 \cdot (x-2)^3 + 7,5 \cdot (x)^2 + C_1 \right]$





$$w(x) = \frac{1}{EI} \left[5 \cdot \frac{(x-2)^4}{4} + 7,5 \cdot \frac{(x)^3}{3} + C_1 \cdot (x) + C_2 \right] \quad (2)$$

Οι σταθερές C_1, C_2 βρίσκονται από τις συνθήκες συνοχής. Πιο ακριβώς λέει ότι στην περίπτωση που έχουμε:

ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ
ΙΔΙΑΙΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ
ΤΑΣΟΥ ΝΕΖΟΥ 4 - ΔΑΦΝΗ - Τ.Κ.17234

$$\frac{dw(x=4)}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{1}{EI} \cdot \left[5 \cdot (4-2)^3 + 7,5 \cdot (4)^2 + C_1 \right] = 0 \Rightarrow 40 + 120 + C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = -160 \quad (3)$$

$$w(x=4) = 0 \Rightarrow \frac{1}{EI} \cdot \left[5 \cdot \frac{(4-2)^4}{4} + 7,5 \cdot \frac{(4)^3}{3} + C_1 \cdot 4 + C_2 \right] = 0 \Rightarrow 20 + 160 - 640 + C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = 460 \quad (4)$$

ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ
ΙΔΙΑΙΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ
ΤΑΣΟΥ ΝΕΖΟΥ 4 - ΔΑΦΝΗ - Τ.Κ.17234

Τελικό εξήγησις:

$$\text{από: } \frac{dw(x)}{dx} = \frac{1}{EI} \left[5 \cdot (x-2)^3 + 7,5 \cdot (x)^2 - 160 \right] \quad 0 \leq x \leq 4$$

$$\text{βρίσκουμε: } w(x) = \frac{1}{EI} \cdot \left[5 \cdot \frac{(x-2)^4}{4} + 7,5 \cdot \frac{(x)^3}{3} - 160 \cdot (x) + 460 \right] \quad 0 \leq x \leq 4.$$

Η λύση στην θέση Β είναι:

$$w(x=6) = \frac{460}{EI} \quad \text{Επειδή είναι θετική αφέτως της αξονικής γραμμής ορίζεται είτε ως κάμψη (+), είτε ως ανύψωση (-) ανάλογα με το πρόσημο της λύσης.$$

προς τα πάνω (+), προς τα κάτω (-) ανάλογα με το πρόσημο της λύσης.

ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ
ΙΔΙΑΙΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ
ΤΑΣΟΥ ΝΕΖΟΥ 4 - ΔΑΦΝΗ - Τ.Κ.17234

