



ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ - ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΜΟΥ ΣΤΕΡΕΟΥ (CF-220)

Διάρκεια εξέτασης: 2:20 h

Ιούλιος 2022

ΘΕΜΑ 1 (3 μον.)

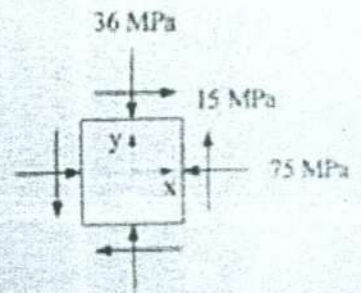
Στην εικόνα φαίνονται οι ορθές και διατμητικές τάσεις σε ένα σημείο μιας κατασκευής που βρίσκεται σε επίπεδη ένταση στο επίπεδο xy .

Ζητείται:

1) Να υπολογίσετε το ελάχιστο όριο διαρροής που πρέπει να έχει το υλικό ώστε να επιτυγχάνεται συντελεστής ασφαλείας $SF=1.5$ χρησιμοποιώντας:

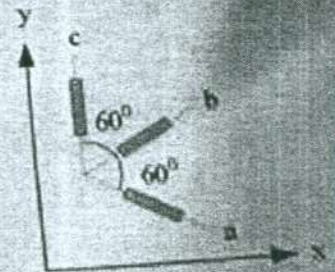
- (1α) το κριτήριο μέγιστης ορθής τάσης,
- (1β) το κριτήριο Tresca, και
- (1γ) το κριτήριο von Mises.

2) να σχεδιάσετε την περιβάλλουσα αστοχίας στο επίπεδο σ_1 - σ_2 για την περίπτωση που το όριο διαρροής ληφθεί από το (1γ), και να επισημάνετε το σημείο που αντιστοιχεί στην περίπτωση της εντατικής κατάστασης που περιγράφεται στην άσκηση.



ΘΕΜΑ 2 (3 μον.)

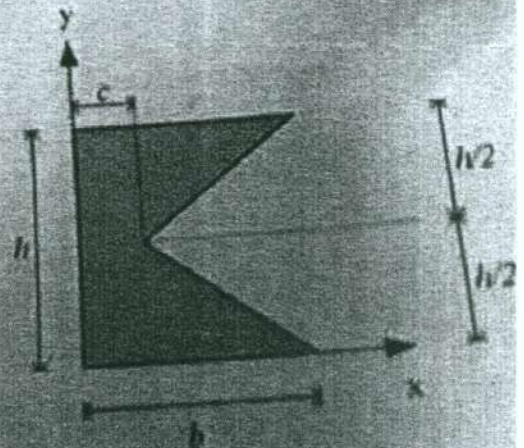
Μία ροζέτα είναι προσανατολισμένη όπως στο σχήμα, όπου η διεύθυνση c είναι παράλληλη προς τον άξονα y . Κατά την διάρκεια ενός πειράματος υπολογίστηκε ότι $\epsilon_a = 24 \times 10^{-4}$, $\epsilon_b = 90 \times 10^{-4}$ και $\epsilon_c = -18 \times 10^{-4}$. Ζητείται να βρείτε τα στοιχεία του τανυστή των παραμορφώσεων στο επίπεδο.



ΘΕΜΑ 3 (4 μον.)

Δίνεται το διπλανό σχήμα, με $h = 90$ mm, $b = 100$ mm και $c = 25$ mm. Να βρεθούν:

- 1) Το εμβαδόν της διατομής.
- 2) Το κέντρο βάρους K της διατομής.
- 3) Οι ροπές αδρανείας I_{x_c} , I_{y_c} της διατομής γύρω από τους κεντροβαρικούς άξονες x_c , y_c παράλληλους με τους x , y , αντίστοιχα.
- 4) Οι κύριες κεντροβαρικές ροπές αδρανείας I_u , I_v και η γωνία που σχηματίζουν οι άξονες u , v με τους x_c και y_c .



Λύση 2^{ης} Θέματος Εξεταστικής: Ιούνιος 2022

Πα. Δ. Α.

Πολιτικών Μηχανικών

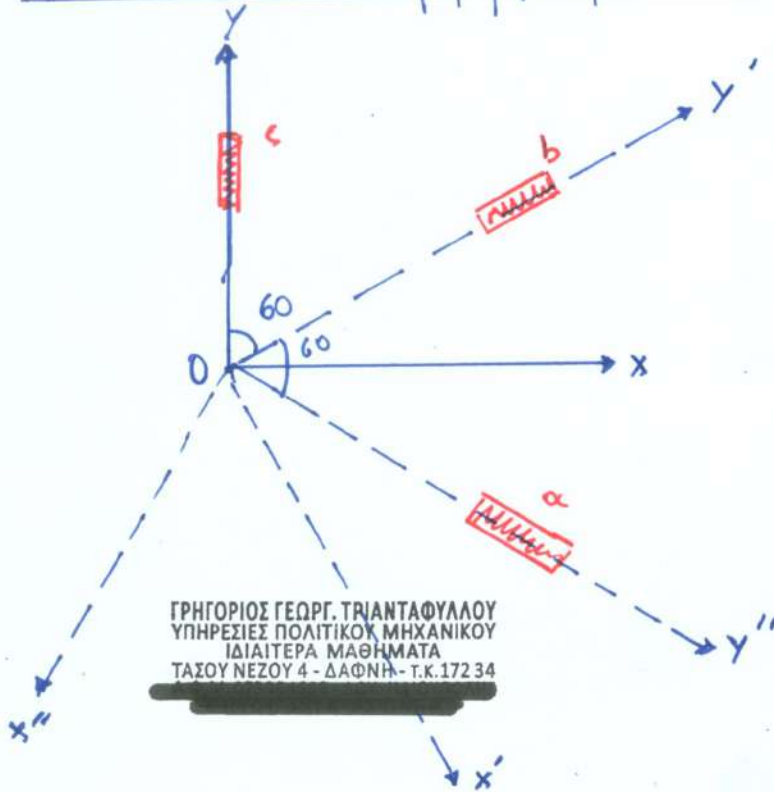
Μηχανική των Παραμορφώσεων Στερεών

Επιδίωξη ελαστικοποίησης

$$\epsilon_a = 24 \cdot 10^{-4}$$

$$\epsilon_b = 90 \cdot 10^{-4}$$

$$\epsilon_c = -18 \cdot 10^{-4}$$

• Από το $OXY \rightarrow OX'Y'$ ($\varphi_1 = -60^\circ$):

$$\epsilon_{y'y'} = \frac{\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}}{2} - \frac{\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy}}{2} \cdot \cos(2\varphi_1) - \epsilon_{xy} \cdot \sin(2\varphi_1) \Rightarrow$$

$$\epsilon_b = \frac{\epsilon_{xx} + \epsilon_c}{2} - \frac{\epsilon_{xx} - \epsilon_c}{2} \cdot \cos(-120) - \epsilon_{xy} \cdot \sin(-120) \Rightarrow$$

$$\epsilon_b = \frac{\epsilon_{xx} + \epsilon_c}{2} + \frac{\epsilon_{xx} - \epsilon_c}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \epsilon_{xy}$$

• Από το $OXY \rightarrow OX''Y''$ ($\varphi_2 = -120^\circ$):

$$\epsilon_{y''y''} = \frac{\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}}{2} - \frac{\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy}}{2} \cdot \cos(2\varphi_2) - \epsilon_{xy} \cdot \sin(2\varphi_2) \Rightarrow$$

$$\epsilon_a = \frac{\epsilon_{xx} + \epsilon_c}{2} - \frac{\epsilon_{xx} - \epsilon_c}{2} \cdot \cos(-240) - \epsilon_{xy} \cdot \sin(-240) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \epsilon_a = \frac{\epsilon_{xx} + \epsilon_c}{2} + \frac{\epsilon_{xx} - \epsilon_c}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \epsilon_{xy} \quad (2)$$





Προσδίδονται κατά την ερώτηση (1) και (2) να εκφύτ:

$$\epsilon_b + \epsilon_a = \epsilon_{xx} + \epsilon_c + \frac{\epsilon_{xx} - \epsilon_c}{2} \Rightarrow 2 \cdot (\epsilon_b + \epsilon_a) = 2\epsilon_{xx} + 2\epsilon_c + \epsilon_{xx} - \epsilon_c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot (\epsilon_b + \epsilon_a) - \epsilon_c = 3\epsilon_{xx} \quad (\Rightarrow) \quad \epsilon_{xx} = \frac{2 \cdot (\epsilon_b + \epsilon_a) - \epsilon_c}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \epsilon_{xx} = \frac{2 \cdot (90 + 24) \cdot 10^{-4} - (-18 \cdot 10^{-4})}{3} \Rightarrow \epsilon_{xx} = 82 \cdot 10^{-4}$$

ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ ΓΕΩΡΓ. ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ
ΙΔΙΑΙΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ
ΤΑΣΟΥ ΝΕΖΟΥ 4 - ΔΑΦΝΗ - Τ.Κ. 172 34

Από την (1) βρίσκω και το ϵ_{xy} :

$$90 \cdot 10^{-4} = \frac{82 \cdot 10^{-4} + (-18 \cdot 10^{-4})}{2} + \frac{82 \cdot 10^{-4} - (-18 \cdot 10^{-4})}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \epsilon_{xy} \Rightarrow$$

$$90 \cdot 10^{-4} = 32 \cdot 10^{-4} + 25 \cdot 10^{-4} + \frac{\sqrt{3}}{2} \epsilon_{xy} \Rightarrow \epsilon_{xy} = 22\sqrt{3} \cdot 10^{-4}$$

Τελικά ο πίνακας των τάσεων και μετασχηματισμών θα είναι:

$$\tilde{\epsilon}_{\sigma_{xy}} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 82 & 22\sqrt{3} \\ 22\sqrt{3} & -18 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4}$$

ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ ΓΕΩΡΓ. ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ
ΙΔΙΑΙΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ
ΤΑΣΟΥ ΝΕΖΟΥ 4 - ΔΑΦΝΗ - Τ.Κ. 172 34

