Σχήμα 2

ΘΕΜΑ 3ο (Βαθμοί: 3,0)

α) Άκαμπτη πεδιλοδοκός σε έδαφος που προσομοιώνεται κατά Winkler, μήκους ℓ, φορτίζεται στο μέσο της με κατακόρυφο φορτίο P. Αποδείξτε ότι η απολύτως μέγιστη ροπή κάμψεως της πεδιλοδοκού είναι $\max M = P \cdot \ell / 8$.

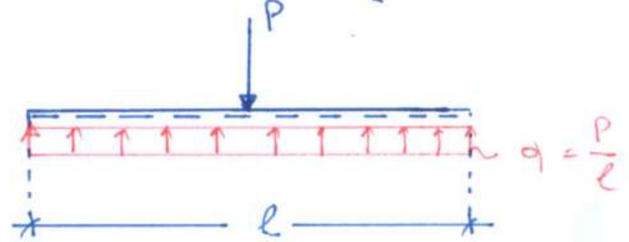
β) Πεδιλοδοκός πλάτους b_1, μήκους ℓ_1 και ροπής αδρανείας J_1, εδραζόμενη σε αμμώδες έδαφος με δείκτη εδάφους k, υπολογίσθηκε ότι είναι οριακώς άκαμπτη. Κάποιος ισχυρίσθηκε ότι δεύτερη πεδιλοδοκός ίδιου πλάτους ($b_2 = b_1$) και διπλάσιου μήκους ($\ell_2 = 2 \cdot \ell_1$), η οποία εδράζεται στο ίδιο έδαφος, για να είναι άκαμπτη, αρκεί η ροπή αδρανείας της να είναι $J_2 \geq 2J_1$. Διατυπώστε τη γνώμη σας εάν τούτο είναι σωστό ή εσφαλμένο. (Χρειάζεται επαρκής αιτιολόγηση).

Λύση 3ου Θέματος Εξεταστικής: Φεβρουάριος 2021 - 2022

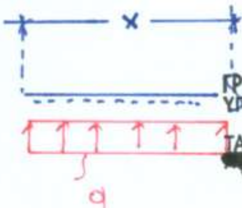
ΘΕΜΕΛΙΩΣΕΙΣ

Πα.Δ.Α
Πολιτικών Μηχανικών

a) Το γραμμικά κατανεμημένο φορτίο που ασκεί το έδαφος στην δοκό θα είναι ομοιόμορφο $(e=0)$ με τιμή: $q = \frac{P}{\ell}$. Άρα:



Κάνοντας Δ.Ε.Σ σε τυχαία θέση που απέχει απόσταση x από το αριστερό άκρο βρίσκουμε την συνάρτηση της ροπής κάμψης $M(x)$.



$$\Sigma M = 0 \Rightarrow M(x) - q\cdot x\cdot \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow M(x) = \frac{qx^2}{2} \quad 0 \le x \le \frac{\ell}{2}$$

[redacted] ροπή βρίσκεται στην θέση $x = \ell/2$. Άρα:

$$\max M = \frac{q\cdot \ell^2}{8}$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι: $q = P/\ell$ θα έχουμε:

$$\max M = \frac{P/\ell \cdot \ell^2}{8} \Rightarrow \max M = \frac{P\cdot \ell}{8}.$$

b). Κατά Vesic άκαμπτη θεωρείται μια πεδιλοδοκός όταν: $\lambda\cdot \ell \le 0{,}80$.

Οριακά άκαμπτη σύμφωνα με την εκφώνηση είναι όταν $\lambda_1 \ell_1 = 0{,}80$. Άρα:

$$\sqrt[4]{\frac{K\cdot b_1}{4\cdot E_b\cdot J_1}}\cdot \ell_1 = 0{,}80 \quad (1)$$ (πρώτη πεδιλοδοκός)

Κατατάσσω την δεύτερη πεδιλοδοκό:

$$\lambda_2\cdot \ell_2 = \sqrt[4]{\frac{K\cdot b_2}{4\cdot E_b\cdot J_2}}\cdot \ell_2 = \sqrt[4]{\frac{K\cdot b_1}{4\, E_b\cdot J_2}}\cdot 2\cdot \ell_1 .$$

Θέτοντας οριακά: $J_2 = 2J_1$ συνεχίζουμε την κατάταξη της δεύτερης πεδ/κού:

$$\lambda_2 \cdot \ell_2 = \sqrt[4]{\frac{K \cdot b_1}{4 \cdot E_b \cdot 2J_1}} \cdot 2\ell_1 = \sqrt[4]{\frac{K \cdot b_1}{4E_b \cdot J_1}}$$

$= 0{,}80 \ (1)$

$$= \left(\sqrt[4]{\frac{K \cdot b_1}{4E_b \cdot J_1}} \cdot \ell_1\right) \sqrt[4]{\frac{1}{2}} \cdot 2 = 0{,}80 \cdot 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 0{,}8$$ οριακά άκαμπτη.

Άρα για $J_2 > 2J_1$ θα είναι άκαμπτη. Γνωστό λοιπόν η διατύπωση που αφορά την ακαμψία της δεύτερης πεδιλοδοκού.

ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ ΓΕΩΡΓ. ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ
ΙΔΙΑΙΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ
ΤΑΣΟΥ ΝΕΖΟΥ 4 - ΔΑΦΝΗ - Τ.Κ.172 34
[redacted]