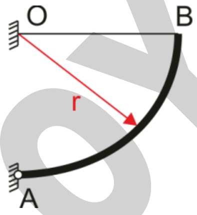
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ ΓΡΗΓΟΡΗΣ
●ΚΑΤΑΤΑΚΤΗΡΙΕΣ ●Δ.Ο.Α.Τ.Α.Π. ●ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ●Α.Τ.Ε.Ι.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ - ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ - ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ - ΚΑΤΑΤΑΚΤΗΡΙΕΣ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι - 25 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2015

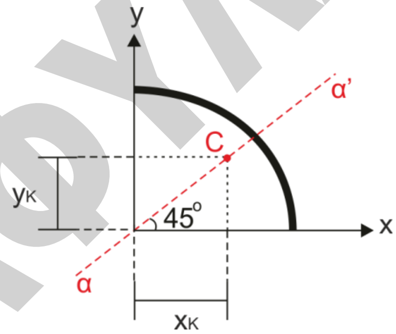
ΘΕΜΑ 1ο

Η ομοιογενής ράβδος, σταθεράς διατομής, συνολικής μάζας m, σχήματος τεταρτοκυκλίου ακτίνος r, στηρίζεται στην άρθρωση Α, καθώς επίσης και με την βοήθεια νήματος που εκτείνεται κατά την οριζόντια διεύθυνση από το σημείο Ο στο σημείο Β. Υπολογίσατε την ένταση της αντίδρασης στην άρθρωση Α.



Λύση:

Βρίσκω το Κ.Β. της ομοιογενούς ράβδου. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιώ επικαμπύλιο ολοκλήρωμα.



Η παραμετρική εξίσωση του κύκλου είναι:

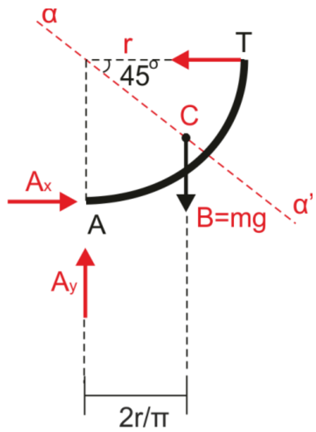
$$x = r\sigma\upsilon\nu t$$

$$y = r\eta\mu t$$

$$x_c = \frac{\int_c x\,ds}{\int_c ds} = \frac{\int_o^{\pi/2}(r\cos t)\sqrt{[(r\cos t)^2]' + [(r\sin t)^2]'}\,dt}{\int_o^{\pi/2}\sqrt{[(r\cos t)^2]' + [(r\sin t)^2]'}\,dt} \Rightarrow x_c = \frac{\int_o^{\pi/2} r\cos t\sqrt{r^2}\,dt}{\int_o^{\pi/2}\sqrt{r^2}\,dt} = \frac{r\int_o^{\pi/2}\cos t\,dt}{\int_o^{\pi/2} dt} = \frac{2r}{\pi}$$

Λόγω συμμετρίας του σχήματος ως προς τον άξονα α-α' το Κ.Β θα πέφτει πανω του.

Κάνοντας Δ.Ε.Σ.της ράβδου θα εμφανίζεται η αντίδραση της άρθρωσης στο Α και η τάση της ράβδου Τ .Θα έχουμε λοιπόν:



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow A_x = T \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow A_y = mg \quad (2)$$

$$\Sigma M_{(A)} = 0 \Rightarrow mg\frac{2r}{\pi} - Tr = 0 \Rightarrow T = \frac{2mg}{\pi} \Rightarrow T = 0{,}6366mg \quad (3)$$

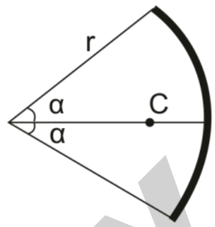
$$\text{H}(2) \overset{(3)}{\Longrightarrow} A_x = 0{,}6366mg$$

Τελικά η αντίδραση της άρθρωσης στο Α θα έχει μέτρο και διεύθηνση:

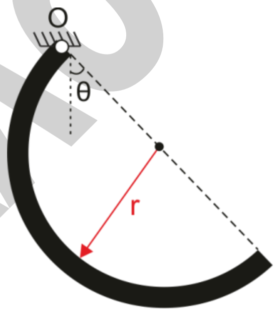
- $A=\sqrt{{A_x}^2+{A_y}^2}=\sqrt{(0{,}6366mg)^2+(mg)^2} \Rightarrow A=1{,}185mg$
- $εφθ=\frac{A_y}{A_x} \Rightarrow εφθ=\frac{mg}{0{,}6366mg}=57{,}519^o$ αριστερόστροφα ως προς τον ορίζοντα

ΘΕΜΑ 2ο -ΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι-25/02/2015-ΠΟΛ.ΜΗΧΑΝΙΚΟΙ-ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

i. Υπολογίσατε την θέση του κεντροειδούς κυκλικού τόξου γωνίας 2α και ακτίνος r, όπως φαίνεται στο σχήμα.

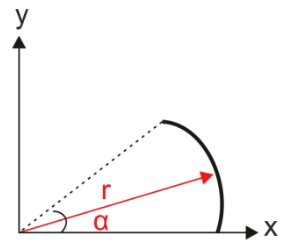


ii. Μια ομοιογενής σταθεράς διατομής, ράβδος ημικυκλικού σχήματος ακτίνος r είναι ανηρτημένη από την άρθρωση 0 έτσι ώστε να είναι δυνατόν να περιστραφεί ελευθέρως στο κατακόρυφο επίπεδο (που συμπίπτει με το επίπεδο του σχήματος / χαρτιού) πέριξ οριζοντίου άξονος που είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος και διέρχεται από το σημείο 0. Να υπολογισθεί η γωνία θ που σχηματίζει η διάμετρος της ημικυκλικής ράβδου με την κατακόρυφο στην θέση στατικής ισορροπίας.



Λύση:

i. Χρησιμοποιώ επικαμπύλιο ολοκλήρωμα για το ανω μισό τμήμα του κύκλου.



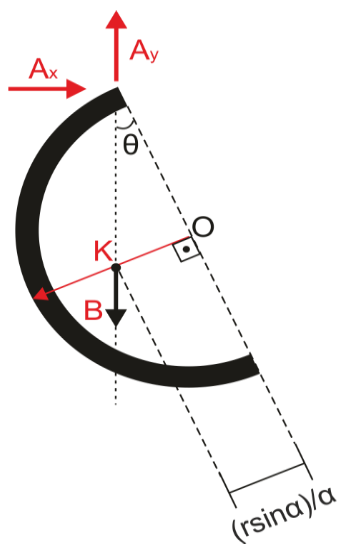
Η παραμετρική εξίσωση του κύκλου είναι:

$$x = r\sigma\upsilon\nu t$$
$$y = r\eta\mu t$$

$$x_c = \frac{\int_c x ds}{\int_c ds} = \frac{\int_o^{\alpha} (rcost)\sqrt{[(rcost)^2]' + [(rsint)^2]'} dt}{\int_o^{\alpha} \sqrt{[(rcost)^2]' + [(rsint)^2]'} dt} \Rightarrow x_c = \frac{r\int_o^{\alpha} costdt}{\int_o^{\alpha} dt} = \frac{rsin\alpha}{\alpha}$$

Λόγω συμμετρίας ως προς τον άξονα x θα ισχύει: $y_c = 0$

ii. Επειδή το σώμα ισορροπεί θα πρέπει όλες οι δυνάμεις να περνάνε από το ίδιο σημείο.(διαφορετικά θα παράγονταν ροπές). Κάνω λοιπόν τέτοιο Δ.Ε.Σ. έτσι ώστε και οι 3 δυνάμεις να περνάνε από το ίδιο σημείο υποχρεωτικά.

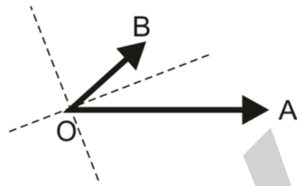


Από τρίγωνο ΟΑΚ θα έχω:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{(rsina)/\alpha}{r} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{sina}{\alpha} = \frac{sin\pi/2}{\pi/2} = 0{,}6366 \Rightarrow \theta = 32{,}48^0$$

ΘΕΜΑ 3ο -ΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι-25/02/2015-ΠΟΛ.ΜΗΧΑΝΙΚΟΙ-ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

Δύο συνεπίπεδα διανύσματα **A** και **B** έχουν κοινή αρχή το σημείο 0. Οι φορείς των ανωτέρω διανυσμάτων ορίζουν δυο παραπληρωματικές γωνίες. Οι διευθύνσεις των διχοτόμων των ανωτέρω παραπληρωματικών γωνιών να εκφρασθούν με την βοήθεια διανυσμάτων τα οποία με την σειρά τους θα είναι συναρτήσεις των δοθέντων διανυσμάτων **A** και **B**.



Λύση:

Έστω $\boldsymbol{e}_{\mathbf{A}}$,και $\boldsymbol{e}_{\mathbf{B}}$ τα μοναδιαία διανύσματα των **A** και **B** αντίστοιχα.Τότε θα ισχύει:

$$\boldsymbol{e}_{\mathbf{A}}=\frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|}$$

$$\boldsymbol{e}_{\mathbf{B}}=\frac{\mathbf{B}}{|\mathbf{B}|}$$

Αν κάνουμε σύνθεση των δυο μοναδιαίων διανυσμάτων τότε το διάνυσμα που προκύπτει –έστω C_1 –θα «πέσει» πάνω στην διχοτόμο της γωνίας που ορίζουν τα αρχικά διανύσματα **A** και **B** γιατί το σχήμα που δημιουργείται (κατά την σύνθεση) είναι **ρόμβος** και ως γνωστόν σε κάθε ρόμβο οι διαγώνιες διχοτομούν τις γωνίες του. Άρα:

- $C_1=\boldsymbol{e}_{\mathbf{A}}+\boldsymbol{e}_{\mathbf{B}}$ πάνω στην Οα.
- $C_2=-\boldsymbol{e}_{\mathbf{A}}+\boldsymbol{e}_{\mathbf{B}}$ πάνω στην Οβ.
- $C_3=-\boldsymbol{e}_{\mathbf{A}}+(-\boldsymbol{e}_{\mathbf{B}})=-(\boldsymbol{e}_{\mathbf{A}}+\boldsymbol{e}_{\mathbf{B}})$ πάνω στην Oγ.
- $C_4=-\boldsymbol{e}_{\mathbf{B}}+\boldsymbol{e}_{\mathbf{A}}$ πάνω στην Οδ..